

INSIEMI NUMERICI

NUMERI NATURALI	Assiomi di Peano	1) $0 \in N$ 2) $\exists \sigma : N \rightarrow N^0, \sigma(n)$ successivo di n 3) $A \subseteq N, 0 \in A, (n \in A \Rightarrow \sigma(n) \in A) \Rightarrow A = N$
	Principio di induzione	se i) $\varphi(0)$ vera ii) $\forall n, \varphi(n)$ vera $\Rightarrow \varphi(n+1)$ allora $\varphi(n)$ vera $\forall n \in N$
	Potenza di un numero	$a^0 = 1; a^{n+1} = a \cdot a^n$ da cui $a^{-n} = 1/a^n$
	Fattoriale di un numero	$0! = 1; (n+1)! = (n+1) \cdot n!$
COEFFICIENTE BINOMIALE	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	
	$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}; \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1; \binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}; \binom{n}{k} = \frac{n-k+1}{k} \binom{n}{k-1}$	
CALCOLO COMBINATORIO	<i>Liste ordinate:</i> Disposizioni con ripetizioni di n elementi a k a k Disposizioni semplici di n elementi a k a k Permutazioni di n elementi	$D_{n,k}^{(r)} = n^k$ $D_{n,k} = n(n-1) \dots (n-k+1)$ $P_n = D_{n,n} = n!$
	<i>Liste non ordinate:</i> Combinazioni semplici di n elementi a k a k	$C_{n,k} = \binom{n}{k}$
NUMERI RAZIONALI	Frazioni equivalenti	$m/n = p/q \Leftrightarrow mq = np$
	Relazione d'ordine	$m/n < p/q \Leftrightarrow mq < np$
	Proprietà	<i>commutativa</i> $x + y = y + x$ $xy = yx$ <i>associativa</i> $(x + y) + z = x + (y + z)$ $(xy)z = x(yz)$ <i>distributiva</i> $x(y + z) = xy + xz$ <i>elem. neutro</i> $\forall x, x + 0 = x$ $\forall x, x \cdot 1 = x$ <i>elem. simmetrico</i> $\forall x, \exists (-x) : x + (-x) = 0$ $\forall x, \exists (x^{-1}) : x \cdot (x^{-1}) = 1$
INSIEMI LIMITATI	M maggiorante di A se $\forall a \in A, a \leq M$ $\sup A =$ il più piccolo maggiorante di A ; $M = \sup A, M \in A \Rightarrow M = \max A$	
	m minorante di A se $\forall a \in A, a \geq m$ $\inf A =$ il più grande minorante di A ; $m = \inf A, m \in A \Rightarrow m = \min A$	
INTERVALLI	Intervallo chiuso	$[a, b] = \{x \in R : a \leq x \leq b\}$
	Intervallo aperto	$]a, b[= \{x \in R : a < x < b\}$
	Intervallo aperto a sinistra	$]a, b] = \{x \in R : a < x \leq b\}$
	Intervallo aperto a destra	$[a, b[= \{x \in R : a \leq x < b\}$
	Intervalli illimitati superiormente	$[a, \infty[= \{x \in R : a \leq x\}$ $]a, \infty[= \{x \in R : a < x\}$
	Intervalli illimitati inferiormente	$] -\infty, b] = \{x \in R : x \leq b\}$ $] -\infty, b[= \{x \in R : x < b\}$
INTORNI	$I(x_0, r) =]x_0 - r, x_0 + r[= \{x \in R : x_0 - r < x < x_0 + r\}$ x_0 punto di accumulazione di A se ogni $I(x_0, r)$ contiene infiniti punti di A	

NUMERI REALI L'insieme R dei numeri reali ha le proprietà di R ed è completo:
 $\forall A \subseteq R$ limitato superiormente, $\exists \sup A$
 $\forall A \subseteq R$ limitato inferiormente, $\exists \inf A$

VALORE ASSOLUTO $|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0, \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$

Proprietà $|xy| = |x| |y|$
 $|x + y| \leq |x| + |y|$

POTENZE E LOGARITMI

$a^0 = 1$	$\log 1 = 0$
$e^{\log x} = x$	$\log e^x = x$
$a^x a^y = a^{x+y}$	$\log ab = \log a + \log b$
$a^x / a^y = a^{x-y}$	$\log a/b = \log a - \log b$
$(a^x)^y = a^{xy}$	$\log a^x = x \log a$
$a^{-n} = 1 / a^n$	$\log_a b = \log b / \log a$

RADICI $\sqrt{x^2} = |x|$
 $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{(a+c)/2} \pm \sqrt{(a-c)/2}$ dove $c = \sqrt{a^2 - b}$

GONIOMETRIA $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
 $\tan x = \sin x / \cos x$

	0	p/6	p/4	p/3	p/2	p	3p/2	p
sin	0	1/2	1/√2	√3/2	1	0	-1	0
cos	1	√3/2	1/√2	1/2	0	-1	0	1
tan	0	1/√3	1	√3	n.def.	0	n.def.	0

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

FORME INDETERMINATE $+\infty - \infty$; $-\infty + \infty$
 $0 (\pm\infty)$; $\pm\infty / \pm\infty$; $0/0$
 $1^{\pm\infty}$; 0^0 ; $(+\infty)^0$
 $\log_0 0$; $\log_1 1$; $\log_0 (+\infty)$; $\log_{+\infty} 0$; $\log_{+\infty} (+\infty)$