

# DERIVAZIONE

Derivata  $f'(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$f$  derivabile in  $x_0 \Rightarrow f$  continua in  $x_0$

<b>OPERAZIONI</b>	Somma	$D f+g = f' + g'$	
	Prod. scalare	$D k f = k f'$	
	Prodotto	$D fg = f' g + f g'$	
	Reciproco	$D 1/f = - f' / f^2$	$f \neq 0$
	Quoziente	$D f/g = ( f' g - f g' ) / g^2$	$g \neq 0$
	Potenza	$D f^g = f^g ( g \log f )' = f^g ( g f' / f + g' \log f )$	
	Logaritmo	$D \log_g f = ( f' \log g / f + g' \log f / g ) / \log^2 g$	
	Composta	$D f \circ g = f' g'$	
	Inversa	$D f^{-1} = 1 / f'$	

<b>DERIVATE NOTEVOLI</b>	$D k = 0$	$D a^x = a^x \log a$	$D \sin x = \cos x$
	$D x^n = a x^{n-1}$	$D e^x = e^x$	$D \cos x = - \sin x$
	$D x^a = a x^{a-1}$	$D x^x = x^x ( 1 + \log x )$	$D \tan x = 1 + \tan^2 x = 1 / \cos^2 x$
	$D 1/x = -1/x^2$	$D \log_a   x   = 1/x \log a$	$D \cotan x = -1 - \cotan x = -1 / \sin^2 x$
	$D \sqrt{x} = 1 / (2\sqrt{x})$	$D \log   x   = 1/x$	$D \arcsin x = 1 / \sqrt{1-x^2}$
			$D \arccos x = -1 / \sqrt{1-x^2}$
		$D \arctan x = 1 / ( 1 + x^2 )$	

**TEOREMI**

*Ipotesi:*  $f, g$  continue su  $[ a, b ]$  e derivabili su  $] a, b [$

1) Rolle  $f(a) = f(b) \Rightarrow \exists \xi \in ] a, b [$  tale che  $f'(\xi) = 0$

2) Lagrange  $\exists \xi \in ] a, b [$  tale che  $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$   
(valore medio)

3) Cauchy  $g(a) \neq g(b) \Rightarrow \exists \xi \in ] a, b [$  tale che  $f'(\xi) = g'(\xi)$  oppure  $\frac{f'(\xi)}{g'(\xi)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}$   
(incrementi finiti)

L'Hôpital *Ipotesi*  $f, g$  continue e derivabili in  $I(x_0)$

1) tipo 0/0  $f, g$  non nulle in  $I(x_0)$ ,  $f(x_0) = g(x_0) = 0$

2) tipo  $\frac{\infty}{\infty}$   $g' \neq 0$ ,  $\lim f'(x) = \lim g'(x) = \infty$

$\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) / g'(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) / g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) / g'(x)$

3) tipo  $\frac{\infty}{\infty}$  si pone:  $f - g = \frac{1/g - 1/f}{1/fg}$