

La fisica di Feynmann

Acustica

6.1 ONDE SONORE

Equazione dell'onda sonora

Onda sonora

la fisica delle onde sonore comprende tre fatti:

1. il gas si muove e varia la densità
2. la variazione di densità corrisponde ad una variazione di pressione
3. le disuguaglianze di pressione generano il moto del gas

Equazione dell'onda

$$\partial^2 \chi / \partial x^2 = (1/c_s^2) (\partial^2 \chi / \partial t^2)$$

$$c_s = (\partial P / \partial \rho)_0$$

questa equazione è soddisfatta da $f(x-vt)$ purchè la velocità dell'onda sia uguale a c_s (quindi la velocità dell'onda è legata ad una proprietà del mezzo)

$$c_s = \gamma k T / m \quad (\text{la velocità dipende solo dalla temperatura})$$

Somma di sue onde

se due onde hanno uguale ampiezza e frequenze differenti, otteniamo un'onda di frequenza media $\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ che oscilla in intensità con una frequenza $\omega_1 - \omega_2$

se le onde sono di ampiezza A_1 e A_2 si ha:

$$A_1 e^{i\omega_1 t} + A_2 e^{i\omega_2 t} = e^{1/2i(\omega_1 + \omega_2)t} [A_1 e^{1/2i(\omega_1 - \omega_2)t} + A_2 e^{-1/2i(\omega_1 - \omega_2)t}]$$

$$I = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\omega_1 - \omega_2) t$$

(l'intensità cresce e diminuisce ad una frequenza $\omega_1 - \omega_2$ variando tra i limiti $(A_1 + A_2)^2$ e $(A_1 - A_2)^2$)

Modulazione di ampiezza (AM)

la trasmissione radio ha un segnale portante ω_c , la cui ampiezza varia a seconda delle vibrazioni del suono

$$\text{l'onda modulata è } S = (1 + b \cos \omega_m t) \cos \omega_c t$$

la trasmissione radio occupa una banda intorno al segnale

Velocità di fase

$$v_f = \omega/k$$

Velocità di gruppo

$$v_g = d\omega/dk \quad (\text{velocità del segnale modulato})$$

Interferenza delle onde

date due onde che viaggiano nello spazio:

- se vale $\omega = k c$ (le fasi hanno tutte la stessa velocità) vale: $v_g = k$

- se non vale $\omega = k c$, vale: $v_g = c / (1 + a/\omega^2)$

$$a = N q_e^2 / (2 \epsilon_0 m)$$

la velocità di fase può essere maggiore di c , un segnale modulato non può superare c .

Onda in tre dimensioni

$$\partial^2 P_e / \partial x^2 + \partial^2 P_e / \partial y^2 + \partial^2 P_e / \partial z^2 = (1/c_s^2) (\partial^2 P_e / \partial t^2)$$

Onda di prua

se una sorgente si muove a velocità più alta di quella delle onde (velocità di fase) si genera un fronte d'onda conico, con angolo di apertura $\sin \vartheta = v/C_{\text{onda}}$

la sorgente con il suo movimento produce suono (o luce: radiazione Čerenkov)

Onda d'urto

un oggetto in moto comprime l'aria lasciata indietro, aumenta la temperatura e quindi la velocità del suono; se l'intensità del suono è elevata si forma l'onda d'urto

Modi di vibrazione unidimensionali

Moto di una corda

$$y = F(x - ct) + G(x + ct)$$

Corda fissata all'estremo $x=0$

$$y = F(x - ct) + F(-x - ct)$$

se un'onda è sinusoidale, anche l'onda riflessa è sinusoidale

$$y = e^{i\omega t} (e^{-i\omega x/c} - e^{i\omega x/c}) = -2i e^{i\omega t} \sin(\omega x/c)$$

per qualunque x la frequenza è ω e lo spostamento dell'onda sulla

corda è sinusoidale ($\lambda = 2\pi c / \omega$)

i punti tali che $\sin(\omega x / c) = 0$ sono detti nodi

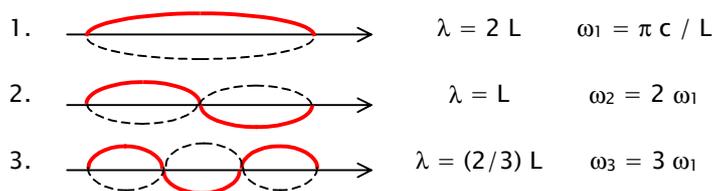
Corda fissata ai due estremi 0 e L

l'onda è riflessa e oscilla armonicamente

vale $\sin(kL) = 0$, cioè $kL = n\pi$ ($k = \omega/c$, $n = 1, 2, 3, \dots$)

per ogni k si ha la frequenza $\omega = kc = n\pi c / L$ (una corda ha moti sinusoidali solo a determinate frequenze)

i primi modi di vibrazione:



qualsiasi moto può essere analizzato assumendo che sia la somma dei moti di tutti i differenti modi di vibrazione, combinati con ampiezze e fasi appropriate

Armoniche

Accordo

Pitagora scoprì che due corde simili formano un accordo se le lunghezze hanno il rapporto di interi piccoli

1:2 = ottava; 2:3 = quinta

Caratteristiche di un tono musicale

intensità: corrisponde alla grandezza di variazione della pressione

altezza: corrisponde al periodo di tempo in cui la funzione della pressione si ripete

qualità: ha a che fare con la struttura del disegno che si ripete

Serie di Fourier di un'onda sonora

se per un suono musicale $f(t)$ è la pressione dell'onda in funzione del tempo, $f(t)$ è costruibile a partire da semplici funzioni armoniche del tempo per ciascuna delle varie frequenze armoniche

$$f(t) = a_0 + (a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t) + (a_2 \cos 2\omega t + b_2 \sin 2\omega t) + \dots$$

la qualità è data dall'ammontare relativo delle varie armoniche

Tono puro

tono musicale con solo la prima armonica

Scala maggiore

scala definita da due condizioni

- che gli accordi maggiori FA-LA-DO, DO-MI-SOL, SOL-SI-RE rappresentino sequenze di note con rapporto 4:5:6

- un'ottava ha il rapporto 1:2

gli strumenti a tastiera hanno l'accordatura temperata, in cui l'ottava è divisa in 12 intervalli uguali il cui rapporto di frequenza è $2^{1/12}$

Analisi di Fourier

data $f(t)$ i coefficienti dei termini armonici sono:

$$a_0 = (1/T) \int_0^T f(t) dt$$

$$a_n = (2/T) \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt$$

$$b_n = (2/T) \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt$$

Teorema dell'energia di un'onda

$$\int_0^T f^2(t) dt = T a_0^2 + (T/2) (a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + \dots)$$

Risposta non lineare di un dispositivo $x_{out} = K [x_{in}(t) + \epsilon x_{in}^2(t)]$

una risposta non lineare produce diversi effetti

- rettificazione (spostamento dal valore medio)
- generazione di armoniche più elevate
- modulazione (generazione di componenti con frequenze somma e differenza)

questi effetti sono più rilevanti se i segnali sono forti (le apparecchiature HI-FI sono progettate per essere più lineari possibile)

6.2 ALTRE ONDE

Onde superficiali

le onde nell'acqua non sono trasversali né longitudinali: le particelle vicino alla superficie descrivono dei cerchi

- le onde di gravità (lunghe) hanno velocità $v_{fase} = \sqrt{g \lambda / 2\pi}$;

$$v_{gruppo} = (1/2) v_{fase}$$

- le increspature (onde corte dovute alla tensione superficiale)

$$\text{hanno velocità } v_{fase} = \sqrt{g \lambda / 2\pi} ; v_{gruppo} = (3/2) v_{fase}$$

Onde nei solidi

possono essere di compressione (longitudinali simili alle sonore) e di deformazione (simili alle onde luminose polarizzate); la velocità delle prime è maggiore delle seconde