

# La fisica di Feynmann

## Radiazione

### 2.1 OTTICA GEOMETRICA

#### Principi generali

Legge di riflessione

l'angolo di riflessione è dato da:

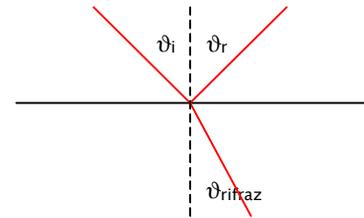
$$\vartheta_i = \vartheta_r$$

Legge di Snell (rifrazione)

nel passaggio da un mezzo all'altro

l'angolo di rifrazione è dato da:

$$\sin \vartheta_{inc.} = n \sin \vartheta_{rifraz}$$

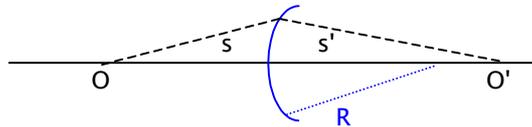


$n$  rapporto tra le velocità nei due mezzi

Principio di Fermat (tempo minimo)

la luce segue il cammino che richiede il tempo più breve

Superficie sferica



se  $n$  è l'indice di rifrazione del mezzo a destra, vale:

$$1/s + n/s' = (n-1)/R$$

Distanze focali

se  $s \rightarrow \infty$ ,  $s' = f' = Rn/(n-1)$ ; se  $s' \rightarrow \infty$ ,  $s = f = Rn/(n-1)$

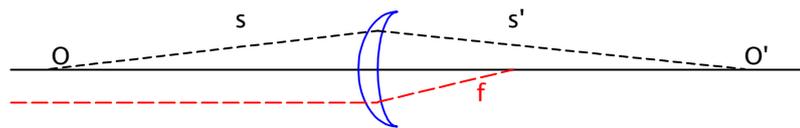
se  $s < f$ , l'immagine è virtuale (i raggi divergono come se provenissero da un punto all'esterno del vetro)

Superficie piana

vale:  $s' = -n s$  (un punto visto da un mezzo più denso in un mezzo meno denso appare più lontano)

#### Lenti

Lente



$$n_1/s + n_2/s' = (n_2 - n_1) / (1/R_1 - 1/R_2)$$

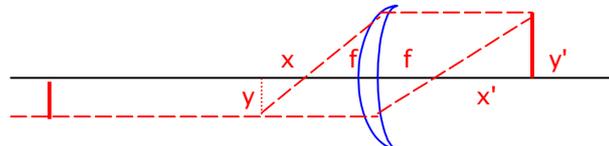
$n_1$  = indice di rifrazione del mezzo esterno

$n_2$  = indice di rifrazione del materiale della lente

se  $s \rightarrow \infty$ ,  $s' = f$ ; se  $s' \rightarrow \infty$ ,  $s = f$  (le distanze focali sono uguali)

Distanza focale

Ingrandimento



$$\text{vale: } I = y' / y = x' / f = f / x ; x x' = f^2$$

Aberrazione sferica

effetto per cui un oggetto puntiforme è visto a macchia (i raggi lontani dall'asse non raggiungono il fuoco)

Aberrazione cromatica

effetto per cui un punto bianco appare colorato (le distanze focali variano a seconda della frequenza della luce)

Potere risolutivo

data la distanza  $D$  di separazione e  $\vartheta$  angolo di apertura della lente, vale:  $D > \lambda \sin \vartheta / n$

## 2.2 RADIAZIONE ELETTROMAGNETICA

### Leggi dell'elettromagnetismo

Legge dell'elettromagnetismo

$$\mathbf{F} = q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B})$$

Campo elettrico

$$\mathbf{E} = -q / (4\pi \epsilon_0) [ \mathbf{e}_{r'} / r'^2 + r' / c d(\mathbf{e}_{r'}/r'^2)/dt + 1/c^2 d\mathbf{e}_{r'}/dt ]$$

q = carica che produce il campo

r' = distanza della carica tenendo conto del ritardo nell'informazione (il campo è influenzato da dove la carica si trovava nel passato)

$\mathbf{e}_{r'}$  = vettore unitario

il campo è dato dalla somma di tre termini:

1.  $\mathbf{E} = -q \mathbf{e}_{r'} / (4\pi \epsilon_0 r'^2)$

legge di Coulomb

2.  $\mathbf{E} = -q / (4\pi \epsilon_0) [ \mathbf{e}_{r'} / r'^2 + r' / c d(\mathbf{e}_{r'}/r'^2)/dt$

correzione per il ritardo di tempo

3.  $\mathbf{E} = -q / (4\pi \epsilon_0 c^2) d\mathbf{e}_{r'}/dt$

legge di radiazione

Campo magnetico

$$\mathbf{B} = -\mathbf{e}_{r'} \wedge (\mathbf{E} / c)$$

## 2.2.1 Sorgenti fisse (velocità non relativistiche)

### Campo prodotto da una carica elettrica

Legge di radiazione

$$\underline{E} = -q / (4\pi \epsilon_0 c^2) d\mathbf{e}_r/dt$$

se la carica sta effettuando un moto minimo ad una distanza costante, il tempo di ritardo vale  $r/c$ , e si ha:

$$E_x(t) = -q / (4\pi \epsilon_0 c^2 r) a_x(t-r/c) =$$

il campo è direttamente proporzionale all'accelerazione trasversale e inversamente proporzionale alla distanza

Intensità del campo elettrico

$$E(t) = -q a(t-r/c) \sin \vartheta / (4\pi \epsilon_0 c^2 r)$$

$a(t-r/c)$  è detta accelerazione ritardata

al trascorrere del tempo il campo si muove come un'onda dalla sorgente verso l'esterno

Energia

l'energia cinetica è proporzionale al quadrato del campo, quindi diminuisce con il quadrato della distanza

### Campo oscillatorio

Oscillatore a dipolo elettrico

filo in cui una carica oscilla avanti e indietro producendo un campo elettrico

Fase

$$\varphi = \omega (t - r/c)$$

Posizione della carica

$$x = x_0 \cos [\omega (t - r/c)]$$

Accelerazione della carica

$$a = a_0 \cos [\omega (t - r/c)]$$

$a_0 = -\omega^2 x_0$  è il massimo dell'accelerazione

Frequenza angolare

$\omega = d\varphi/dt$  (rapidità di variazione della fase con il tempo)

Periodo

$t_0 = 2\pi / \omega$  (tempo necessario per un'oscillazione)

Numero di onde

$k = d\varphi/dr$  (rapidità di variazione della fase con la distanza)

Lunghezza d'onda

$\lambda = 2\pi/k$  (distanza occupata da un ciclo completo)

Campo elettrico oscillatorio

$$E = \frac{-q \sin \vartheta a_0 \cos [\omega (t - r/c)]}{4\pi \epsilon_0 c^2 r}$$

solo per le radiazioni elettromagnetiche vale:

$$k = \omega / c ; \lambda = c t_0 = c / v = 2\pi c / \omega$$

### Interferenza e diffrazione

Interferenza

dati due oscillatori a dipolo l'onda complessiva è data da:

$$R = A_1 \cos (\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos (\omega t + \varphi_2) = A_R \cos (\omega t + \varphi_R)$$

▪ se le intensità delle oscillazioni sono uguali si ha:

$$A_R = 2 A \cos [1/2 (\varphi_1 - \varphi_2)]$$

$$\varphi_R = 1/2 (\varphi_1 + \varphi_2)$$

▪ se le intensità delle oscillazioni sono differenti si ha:

$$I = A_R^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos (\varphi_1 - \varphi_2)$$

la somma dei due effetti ha l'intensità di entrambi più la

correzione  $2 A_1 A_2 \cos (\varphi_1 - \varphi_2)$  detta effetto di interferenza

se  $d$  = distanza dei due oscillatori,  $\alpha$  = fase relativa intrinseca (cioè quando uno ha la fase 0 l'altro ha fase  $\alpha$ ), la differenza di fase all'arrivo nella direzione azimutale  $\vartheta$  dalla perpendicolare all'oscillazione è:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \alpha + 2\pi d \sin \vartheta / \lambda$$

Diffrazione

dati  $n$  oscillatori ugualmente distanziati (distanza =  $d$ ), di uguale ampiezza  $A$  e con fase intrinseca relativa  $\alpha$ , vale:

$$A_R = A \sin (n\varphi/2) / \sin (\varphi/2)$$

$$I = I_0 \sin^2 (n\varphi/2) / \sin^2 (\varphi/2)$$

il grafico ha un massimo centrale molto netto e massimi secondari molto deboli; l'area dell'intera curva è  $2\pi n I_0$   
osservando nella direzione  $\vartheta$  rispetto alla normale si ha:

$$\varphi = \alpha + 2\pi d \sin \vartheta / \lambda = \alpha + k d \sin \vartheta$$

- se  $\alpha = 0$  (oscillatori in fase) si ha:  
massimi di forte intensità per  $\varphi = 2\pi m$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ )  
il primo minimo per  $\varphi = 2\pi / n$  (cioè per  $\lambda = n d \sin \vartheta$ )  
quindi vengono inviati fasci in varie direzioni, e ogni fascio ha un massimo centrale e deboli lobi laterali ( $m$  è detto ordine del fascio)  
se  $d < \lambda$  l'unico fascio è intorno a  $\vartheta = 0$

Diffusione (antenna)

un'onda proveniente da una sorgente induce un moto di elettroni in un pezzo di materia (antenna), e questi moti generano onde  
se l'incidenza è normale le fasi sono uguali a quella della sorgente

Reticolo di diffrazione

lastra piana di vetro con tacche con distanze superiori alla lunghezza d'onda

se una sorgente è all'infinito fuori asse vale:

$$\varphi = 2\pi d \sin \vartheta_u / \lambda - 2\pi d \sin \vartheta_i / \lambda$$

- se  $m=0$  ( $d < \lambda$ ) si ha:  $\sin \vartheta_u = \sin \vartheta_i$ , ovvero:  
 $\vartheta_u = \vartheta_i$  (la luce di diffusione mantiene la stessa direzione)  
 $\vartheta_u = 180^\circ - \vartheta_i$  (un fascio è riflesso)
- se  $d \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$ , mantenendo costante la differenza di fase  $\Phi = n \varphi$  e ponendo  $I_m = n^2 I_0$  si ottiene:  $I = 4 I_m \sin^2 (\frac{1}{2} \Phi) / \Phi^2$   
c'è un massimo solo nella direzione  $\vartheta_u = 0$  e un minimo quando  $\lambda = n d \sin \vartheta$  (come per  $d$  e  $n$  finiti)

Criterio di Rayleigh

il primo minimo di un picco deve cadere in corrispondenza del primo massimo dell'altro picco

Potere risolutivo di un reticolo

$$\lambda / \Delta\lambda = 1 / (m n)$$

Risoluzione di un apparato di antenne

l'angolo più piccolo che può essere risolto con un apparato di antenne di lunghezza  $L$  è:  $\vartheta = \lambda / L$

Principio di reciprocità

il diagramma di ricezione di un'antenna è lo stesso della distribuzione di intensità se il ricevitore fosse un trasmettitore

Piano di cariche oscillanti

un piano di cariche oscillanti ( $\eta$  cariche per unità di piano) aventi la stessa ampiezza e la stessa fase produce in direzione dell'asse  $z$  il campo totale:  $E = - [ \eta q / (2 \epsilon_0 c) ] i \omega x_0 e^{i \omega (t - z/c)}$

## Rifrazione, dispersione e assorbimento

Rifrazione di una lastra

data una sorgente a grande distanza e una lastra di vetro, la rifrazione avviene perché la velocità effettiva delle onde è diversa ( $c$  nel vuoto e  $c/n$  nel vetro) nei diversi mezzi:

$$\lambda_0 = 2\pi c / \omega; \lambda_{\text{vetro}} = 2\pi c / (\omega n) \Rightarrow \sin \vartheta_0 / \sin \vartheta = n$$

Campo prodotto dalla sorgente

$$\underline{E}_s = E_0 e^{i \omega (t - z/c)}$$

Campo in un punto dopo la lastra

$$\underline{E} = \underline{E}_s + \underline{E}_a = E_0 e^{i \omega (t - z/c)} - [ i \omega (n-1) \Delta z / c ] E_0 e^{i \omega (t - z/c)}$$

Campo prodotto dalla lastra

gli elettroni della lastra si comportano come oscillatori che sotto

l'influsso della forza:  $F = q_e E_0 e^{i \omega t}$  si muovono con ampiezza:

$$x = q_e E_0 / m_e (\omega_0^2 - \omega^2) e^{i \omega (t - z/c)}$$

il campo prodotto dalle cariche oscillanti della lastra è:

$$\underline{E}_a = - [ n q_e / (2 \epsilon_0 c) ] \cdot i \omega [ q_e E_0 / m_e (\omega_0^2 - \omega^2) ] e^{i \omega (t - z/c)}$$

$\omega$  = frequenza angolare della radiazione

$N$  = numero di cariche per volume unitario della lastra

$m_e$  = massa di un elettrone

	$q_e =$ carica portata da un elettrone
	$\omega_0 =$ frequenza di risonanza di un elettrone legato ad un atomo
Indice di rifrazione della lastra	$n = 1 + N q_e^2 / [ 2 \epsilon_0 m_e (\omega_0^2 - \omega^2) ]$ quindi l'indice di rifrazione dipende dalla frequenza della luce
Dispersione della luce	fenomeno per cui la luce viene dispersa, dovuta al fatto che l'indice di rifrazione dipende dalla frequenza (e può essere anche maggiore di 1)
Equazione di dispersione	$n = 1 + [ q_e^2 / ( 2 \epsilon_0 m_e ) ] \sum [ N_k / ( \omega_k^2 - \omega^2 + i \gamma_k \omega ) ]$ $N_k =$ numero di elettroni per volume unitario $\omega_k =$ frequenza di risonanza di un elettrone legato ad un atomo $\gamma_k =$ fattore di smorzamento dell'elettrone
Assorbimento	poiché dall'equazione di dispersione l'indice di rifrazione è il numero complesso $n = n' + i n''$ , l'equazione di un'onda che passa attraverso una lastra diventa: $E = e^{-\omega n'' (\Delta z/c)} e^{-i \omega (n'-1) \Delta z/c} E_0 e^{i \omega (t - z/c)}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ il termine <math>e^{-\omega n'' (\Delta z/c)}</math> descrive la diminuzione dell'ampiezza del campo (il mezzo assorbe parte dell'energia dell'onda)</li> <li>▪ il termine <math>e^{-i \omega (n'-1) \Delta z/c} E_0 e^{i \omega (t - z/c)}</math> è l'onda la cui fase è ritardata dell'angolo <math>\omega (n'-1) \Delta z/c</math></li> </ul> $n''$ è detto indice di assorbimento
Diffrazione della luce (schermo opaco)	se uno schermo è opaco, non c'è campo dall'altra parte (le cariche dello schermo generano un campo che annulla $E_s$ se ci sono dei fori non troppo piccoli, il campo è lo stesso di un campo prodotto da cariche poste dove sono i fori

### ENERGIA DI UNA CARICA ACCELERATA

Flusso irradiato da un sistema	$S = \epsilon_0 c \langle E^2 \rangle$
Flusso irradiato nella direzione $\vartheta$	$S = q^2 a'^2 \sin^2 \vartheta / ( 16\pi^2 \epsilon_0 r^2 c^3 )$ $a'^2 = \mathbf{a} \cdot \mathbf{a}$
Potenza irradiata in tutte le direzioni	$P = q^2 a'^2 / ( 6\pi \epsilon_0 c^3 )$ in un sistema oscillante vale $\langle a'^2 \rangle = \frac{1}{2} \omega^4 x_0^2$ , quindi si ha: $P = q^2 \omega^4 x_0^2 / ( 12\pi \epsilon_0 c^3 )$
Smorzamento per radiazione	una carica oscillante di frequenza naturale $\omega_0$ irradia energia e l'oscillazione va smorzandosi $Q = 3 \lambda / ( 8 \pi r_0 )$
Larghezza delle righe spettrali	per atomi che irradiano liberamente vale: $\Delta\lambda = \lambda / Q = 4 \pi r_0 / 3 = 1,18 \cdot 10^{-14} \text{ m}$

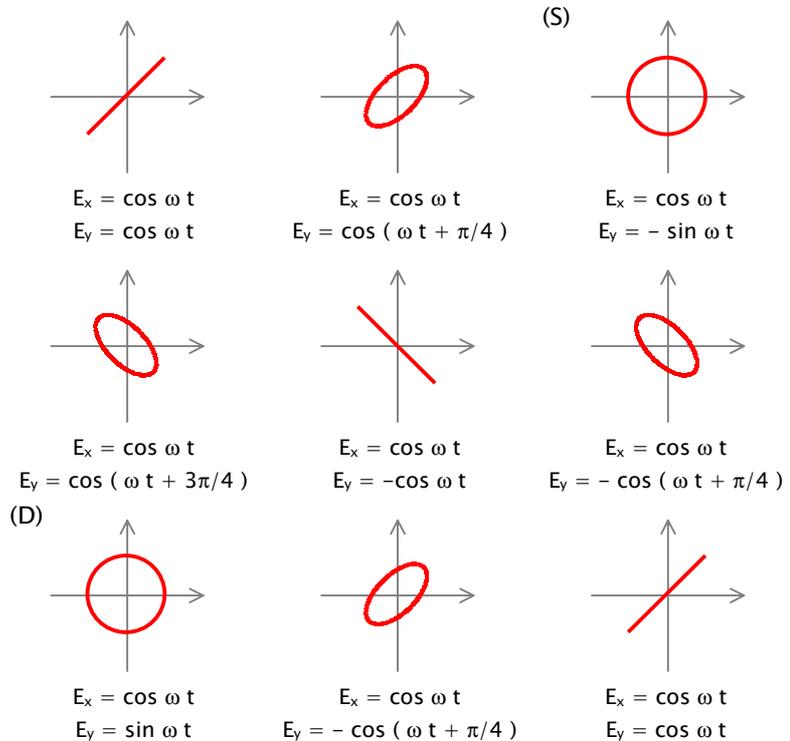
### DIFFUSIONE DELLA LUCE

Campo elettrico del fascio incidente	$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i \omega t}$
Potenza totale diffusa	$P = ( \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 ) ( 8 \pi r_0^2 / 3 ) [ \omega^4 / ( \omega^2 - \omega_0^2 )^2 ]$
Sezione d'urto per diffusione	$\sigma_s = ( 8 \pi r_0^2 / 3 ) [ \omega^4 / ( \omega^2 - \omega_0^2 )^2 ]$
Sez. d'urto per diffusione Thompson	sezione d'urto per un elettrone libero ( $\omega_0=0$ ), vale $8\pi r_0^2/3$
Luce diffusa nell'aria	poiché le frequenze naturali $\omega_0$ sono maggiori della frequenza della luce, la diffusione è proporzionale a $\omega^4$ (la luce azzurra è più diffusa della rossa, quindi il cielo appare azzurro e il sole al tramonto appare rosso); gruppi di atomi che si muovono insieme diffondono più energia che come singoli atomi (quindi le nuvole appaiono bianche) la luce perpendicolare al fascio è polarizzata

## Polarizzazione

Luce polarizzata

il vettore campo elettrico della luce monocromatica si può muovere lungo una retta, un'ellisse o una circonferenza a seconda delle fasi di oscillazione delle componenti x, y



(S) polarizzazione circolare sinistrorsa, (D) polarizzazione circolare destrorsa

Birifrangenza

fenomeno per cui una sostanza ha un indice di rifrazione diverso per luce polarizzata parallela e perpendicolare all'asse ottico

Effetto Kerr

effetto che sotto l'azione di un campo elettrico produce birifrangenza in alcuni liquidi

Polarizzatore

sostanza in cui l'indice di rifrazione e il coefficiente di assorbimento dipendono dalla direzione di polarizzazione della luce (es. tormalina, polaroid); vale:  $A_u = A_i \cos \vartheta$  (angolo rispetto alla direzione che lascia passare tutta la luce)

Formule di riflessione di Fresnel

dato un fascio incidente polarizzato in due direzioni perpendicolari, l'intensità della luce riflessa (se la luce incidente è 1) è dato da:

$$b = -\sin(i-r) / \sin(i+r)$$

$$B = -\tan(i-r) / \tan(i+r)$$

(B polarizzato nel piano di incidenza, b polarizzato perpendicolarmente al piano d'incidenza)

se l'incidenza è normale vale  $B^2 = b^2 = (n-1)^2 / (n+1)^2$

Angolo di Brewster

la luce riflessa da una superficie è completamente polarizzata se il fascio riflesso e il fascio rifratto formano un angolo retto

Quantità di moto della luce

un fascio di luce polarizzata circolarmente contenente energia totale  $\epsilon$  trasporta un momento della quantità di moto (vettore lungo la direzione di propagazione):

- $\epsilon/\omega$  (luce circolare destrorsa)
- $-\epsilon/\omega$  (luce circolare sinistrorsa)

## Radiazione di corpo nero

Equilibrio termico della radiazione	dato un oscillatore carico che irradia luce in un gas di atomi molto rarefatto, racchiudendo tutto in una scatola in modo che la luce non si disperda all'infinito, si raggiunge l'equilibrio termico in cui l'oscillatore ha energia media $k T$
Energia irradiata nell'unità di tempo	$dW/dt = \omega_0 W / Q$
Legge di Rayleigh	la quantità media di energia irradiata è $dW/dt = (2/3) r_0 \omega^2 kT / c$ all'equilibrio l'intensità luminosa alla frequenza $\omega$ è $I(\omega) = \omega^2 k T / \omega^2 c^2$ secondo la teoria classica quest'equazione rappresenta la distribuzione di energia della radiazione di corpo nero in una scatola chiusa a temperatura $T$ , ma dovrebbero esserci numerosi raggi X e infinita energia (!?!) la radiazione di corpo nero è spiegata con la meccanica quantistica

## 2.3 COLORE

### Visione del colore

Occhio	il bulbo oculare è composto da: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cornea (indice di rifrazione: 1.37, l'acqua dietro la cornea ha indice di rifrazione: 1.33)</li> <li>▪ Cristallino (lente con indici di rifrazione 1.40 al centro e 1.38 ai lati)</li> <li>▪ Retina (composta da cellule dette coni e bastoncini), la regione centrale di maggiore acutezza visiva è detta favea)</li> </ul>
Coni	cellule presenti nella retina, più densi nella favea il picco di sensibilità è nel giallo (vedono meglio il rosso profondo)
Bastoncini	cellule presenti nella retina, più densi in periferia il picco di sensibilità è nel verde (vedono meglio il blu)
Visione dei colori	la visione con adattamento al buio è dovuta ai bastoncini, la visione brillante è dovuta ai coni (se l'intensità della luce è bassa, le cose non hanno colore)
Effetto Purkinje	se nell'oscurità vediamo aree più luminose e aree più buie, alla luce più esserci notevole discostamento

### Leggi del colore

Leggi del colore	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. se due colori sono indistinguibili e sommiamo a entrambi una certa luce, i nuovi colori sono anch'essi indistinguibili</li> <li>2. qualsiasi colore può essere ottenuto da tre diversi colori (detti colori primari), a meno che uno di essi sia stato ottenuto mescolando gli altri due</li> </ol> $X = a A + b B + c C$
Diagramma cromatico	di solito si usano il rosso, il verde e il blu, perché è disponibile una gamma di colori più vasta senza usare coefficienti negativi rappresentando i colori come vettori dello spazio, due punti $X$ e $\alpha X$ sono lo stesso colore con diversa intensità; riducendo tutti i colori alla stessa intensità e proiettando il grafico su un piano si ottiene il diagramma cromatico campione